

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală- clasa a VI-a
Vaslui, 14 februarie 2026
Barem evaluare și de notare

*Fiecare problemă se punctează cu 22,5 de puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Punctajul maxim este de 100 de puncte.*

Problema 1

Fie $A = \left\{ \frac{2035}{10}, \frac{2036}{11}, \frac{2037}{12}, \dots \right\}$. Determinați cardinalul mulțimii $A \cap \mathbb{N}$.

(G.M.9/2025)

Soluție și barem:

Elementele mulțimii sunt fracții de forma $\frac{2035+n}{10+n}$, $n \in \mathbb{N}$3p

$\frac{2035+n}{10+n} \in \mathbb{N}$ dacă $10 + n | 2035 + n$

$$10 + n | 10 + n$$

Prin diferență se obține $10+n | 2025$ 5p

$2025 = 3^4 \cdot 5^2$3p

Numărul de divizori ai lui 2025 este $N(2025) = (4+1) \cdot (2+1) = 15$4p

$10+n \geq 10$,.....2p

$10+n$ nu poate fi 1; 3; 5; 9.....2p

Card $A = 15 - 4 = 11$3,5p

Problema 2.

Să se determine numerele naturale nenule x, y, z pentru care $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 980$ și

$$\frac{x}{x+1} = \frac{y}{y+2} = \frac{z}{z+3}.$$

Soluție și barem:

Inversând rapoartele are loc șirul de egalități $\frac{x+1}{x} = \frac{y+2}{y} = \frac{z+3}{z}$4p

$$1 + \frac{1}{x} = 1 + \frac{2}{y} = 1 + \frac{3}{z} \mid -1 \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = k$$
.....5p

$x=k, y=2k, z=3k, k \in \mathbb{N}^*$3p

Relația $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 980$ devine $20k^2 = 980$5p

$k=7$2,5p

$x=7, y=14, z=21$3p

Problema 3

Fie $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD$ unghiuri adiacente, în această ordine, notate în ordinea crescătoare a măsurilor lor, cu suma măsurilor lor de $112^{\circ}45'$. Știind că fiecare din ele, începând de la al doilea unghi are măsura egală cu triplul măsurii unghiului precedent plus 5° , calculați:

- Măsurile celor trei unghiuri.
- Dacă (OE este semidreapta opusă semidreptei (OB și (OF este bisectoarea unghiului $\angle BOD$, calculați măsura unghiului $\angle FOE$.

Soluție și barem:

a) Măsurile unghiurilor sunt: $a^{\circ}, 3a^{\circ} + 5^{\circ}, 9a^{\circ} + 20^{\circ}$ 3p

$13a^{\circ} + 25^{\circ} = 112^{\circ}45' \Rightarrow a^{\circ} = 6^{\circ}45'$ 5p

$\angle AOB = 6^{\circ}45', \angle BOC = 25^{\circ}15', \angle COD = 80^{\circ}45'$ 4p

b) $\angle BOD = \angle BOC + \angle COD = 106^{\circ}$ 2,5p

(OF bisectoarea $\angle BOD \Rightarrow \angle FOD = \angle BOF = \frac{\angle BOD}{2} = 53^{\circ}$ 3p

(OE semidreapta opusă lui (OB $\Rightarrow \angle BOE = 180^{\circ}$ și $\angle EOD = 74^{\circ}$ 3p

$\angle FOE = \angle FOD + \angle DOE = 127^{\circ}$ 2p

Problema 4

Pe dreptele paralele a și b se consideră punctele $A \in a$ și $B \in b$, iar punctul C este situat între dreptele a și b, astfel încât $AC \perp BC$. Punctul E este situat pe dreapta a și punctul D pe dreapta b, astfel încât unghiurile EAC și DBC să fie ascuțite și raportul măsurilor lor este $\frac{m}{n}$, iar m și n sunt numere naturale prime și $3 \cdot m + 4 \cdot n = 33$.

- Determinați valorile numerelor m și n.
- Aflați măsurile unghiurilor $\angle EAC$ și $\angle DBC$.

Soluție și barem:

a) $3 \cdot m + 4 \cdot n = 33, 33:3$ și $3m:3 \Rightarrow 4 \cdot n:3$ 4p

$4 \cdot n:3, (4,3)=1$, atunci $n:3$ și n -prim $\Rightarrow n=3$ 4p

$m=7$ 3p

b) Justificarea egalității $\angle EAC + \angle DBC = \angle ACB$ 3p

Din $AC \perp BC \Rightarrow \angle EAC + \angle DBC = 90^{\circ}$ 2p

$\frac{\angle EAC}{\angle DBC} = \frac{7}{3} \Rightarrow \angle EAC = 7k, \angle DBC = 3k$ 2,5p

$7k + 3k = 90^{\circ} \Rightarrow k = 9^{\circ}$ 2p

$\angle EAC = 63^{\circ}, \angle DBC = 27^{\circ}$ 2p